

Дистанційний курс «Математика в Природі»

Розділ 2. Тема: Про Класичну Математику

Отже, якщо бути уважними, то можна помітити, що Математика є у всьому, що нас оточує, і у всьому, що ми робимо. Математика застосовується майже повсюдно і скрізь у нашому повсякденному житті, наприклад, для мобільних пристроїв, мистецтва, архітектури (давньої та сучасної), техніки, грошей та навіть спорту. Але не вся Математика є «однаковою» – вона різна, «різноманітна», і серед усіх цих «математик» є така, яку ми не можемо обійти – це Класична Математика.

З Класичною Математикою ми стикаємось, як мінімум, у звичайній школі, де ми є або були учнями середніх та старших класів. А якщо після середньої школи ми йдемо вчитись далі – у вишах – то ми класичну Математику зустрічаємо вже другий раз, тепер у якості студентів цих освітніх інституцій.

Так, Класична Математика з дитинства оточує нас з усіх боків: від *простой* Математики (арифметики) до *більш складної* Математики (алгебри та геометрії), а між ними добре вміщуються фінансові розрахунки, наприклад, ті, що виникають у торговельних операціях, бухгалтерському обліку, оподаткуванні, банківській справі, тощо. Тому розглянемо Класичну Математику більш детально.

Класична Математика, зокрема, є найбільш звичним видом Математики. Вона охоплює те, що здавна називається «загальноприйнята математика», – це алгебра, геометрія та логіка.

Якщо узагальнити, то Класична Математика займається дослідженнями і практикою трьох давніх напрямів людських спостережень за природними об'єктами та їх міркувань щодо властивостей навколишнього Світу: питаннями кількості природних об'єктів, їх форми та розташуванням у просторі. Згадайте: само слово «математика» походить від грецьких слів «вивчення», «пізнання» та «навчання», бо відображає прагнення пізнати справжню суть об'єкта навколо.

Щоби пізнати певні характеристики об'єкту досліджень, і стародавні філософи, і сучасні вчені шукали і шукають формулювання певних «*припущень*» – гіпотез¹: хибність чи правдивість цих припущень (*гіпотез*) вони намагаються розкрити, використовуючи математичні докази.

З точки зору тих, хто полюбляє логічні та наукові узагальнення, хто занурюється у фундаментальні принципи реальності та пізнання, особливу цінність в Класичній Математиці має те, що вона доводить існування певного об'єкту, але спочатку припускаючи, що цей об'єкт не існує, а вже потім розкриває суперечність цього припущення².

Усі математичні методи – це «корисні» поєднання наборів теорем та концепцій, які логічно та науково виведені з аксіом³. На цій основі ми отримуємо деякі системи знань, – це геометрія, алгебра, теорія чисел та математичний аналіз, і всі вони мають справу з простором та структурою, кількістю та змінами відповідно. Загальна ідея в кожній математичній галузі полягає у пошуку алгоритмів мислення та дій, корисних для вирішення певних задач.

До появи складних аксіом та сучасних методів Математика «починала» з базових дій: підрахунок, вимірювання, вивчення форм та інших властивостей предметів. Навіть стародавнім племенам було потрібно «хоч трохи математики», щоб обчислити точне положення Сонця та організувати вдале полювання.

¹ гіпотеза (грецькою: *ὑπόθεσις*) – «припущення».

² така тактика пізнання називається «доведення від супротивного» (лат.: *reductio ad absurdum*) – один із поширених методів доведення тверджень в математичній логіці.

³ аксіома (грецькою) – «гідна думка», «постулат», або твердження, яке *a priori* вважається правильним, щоб служити відправною точкою для роздумів та аргументів.

З моменту появи писемності математичні відкриття лежать в основі кожного цивілізованого суспільства і вони широко використовувались в первісних культурах людства. І сьогодні ми застосовуємо деякі принципи Класичної Математики практично у всіх повсякденних справах. Наприклад, композитори, архітектори, живописці, скульптори, творці одягу тощо, у своїй роботі часто використовують певні співвідношення (пропорції) – або для запису послідовності звуків, або для змішування фарб, або для вдалої художньої композиції⁴ чи розкрою тканини ...

◆ Європейський етап у розвитку Класичної Математики

Італієць Leonardo Pisano (1170-1250), на прізвище Фібоначчі (Fibonacci), був одним з перших європейських математиків: він ще з часів Середньовіччя вельми відомий своїми визначними теоріями алгебри, арифметики та геометрії. Далі, епоха Відродження принесла значний науковий прогрес, який включав такі «драйвові» поняття на той час, як десяткові дробки, проективну геометрію та логарифми. Більше того, європейські математики XVII-XIX століть (наприклад, G.W. Leibniz, 1646-1716; I. Newton, 1643-1727; L. Euler 1707-1783) зробили революцію в Математиці, подарувавши людству новітні числення – диференційні та інтегральні, та значно розширили теорію чисел і тим самим відкрили сучасну епоху Класичної Математики з такими потужними теоріями, як математичний аналіз, аналітична та диференціальна геометрія, теорія матриць, теорія ймовірностей та математична статистика.

◆ З чого традиційно складається Класична Математика, або про галузі Класичної Математики

▪ Арифметика

Також відома як теорія чисел, це найпростіша і найдавніша форма математики. Арифметика вивчає цілі числа та їх функції, включаючи прості числа, раціональні числа, алгебраїчні цілі числа та рівняння, використовуючи такі числа. Отже, арифметика в основному стосується віднімання, додавання, множення та ділення дійсних чисел, які не є від'ємними.

Theorem 3.1 (Fundamental Theorem of Arithmetic). *Every natural number greater than 1 can be written uniquely in the form*

$$n = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k}$$

where $p_1 < p_2 < \cdots < p_k$ are prime numbers and e_1, e_2, \dots, e_k are natural numbers.

Професійні математики інколи використовують термін «вища арифметика», – коли мають на увазі більш досконалі або складні результати, що стосуються теорії чисел; проте будьте обережні, щоб не переплутати це з базовою, або елементарною, арифметикою.

▪ Алгебра

Це той тип Математики, коли люди використовують невідомі величини разом із відомими – числами. Зверніть увагу, що люди позначають ці невідомі величини, використовуючи різні літери англійського алфавіту, такі як X, Y, Z, A та B тощо, або, часом, інші символи.

Майте на увазі, що використання букв як символів є дуже важливим. Це допомагає нам узагальнити написані вами правила та формули, одночасно визначаючи невідомі відсутні значення, наявні в алгебраїчних рівняннях та виразах.

⁴ наприклад, принципи «золотого перетину».

Разом з аналізом, геометрією, топологією, теорією чисел та комбінаторикою алгебра є однією з головних галузей класичної Математики.

▪ Геометрія

Як ми вже згадували, саме Математика допомагає нам орієнтуватися у складному світі численних рухомих предметів. І ключову роль тут відіграє геометрія, оскільки вона головним чином піклується розміром, формами та розташуванням фігур у просторі. Геометрія може включати властивості та виміри реальних ліній, точок, кутів, твердих тіл та поверхонь. Мабуть, цим пояснюється поява і стрімкий розвиток геометрії у багатьох ранніх цивілізаціях, яким потрібно було мати справу з обсягом, площею та довжиною.

Однак і геометрія може також переходити до абстрактних обчислень об'єкта в інших вимірах з «неможливими» властивостями. Здатна детально описувати реальні об'єкти, геометрія часто служить однією з найбільш «практичних» галузей Класичної Математики. І в цьому Математика допомагає нам створити безліч корисних структур та пристроїв, чим так «пишається» сучасне суспільство!

▪ Тригонометрія та тригонометричні функції

Тригонометрія передбачає вимірювання та властивості трикутників, а також взаємозв'язок між їх кутами та сторонами. Це схоже на геометрію, але з фокусом на кути, що дає нам безліч важливих функцій. Синус, косинус, тангенс, сектант та відповідні терміни походять з цієї галузі математики. Тригонометрія широко використовує концепцію «одичного кола» (Рис. 1).

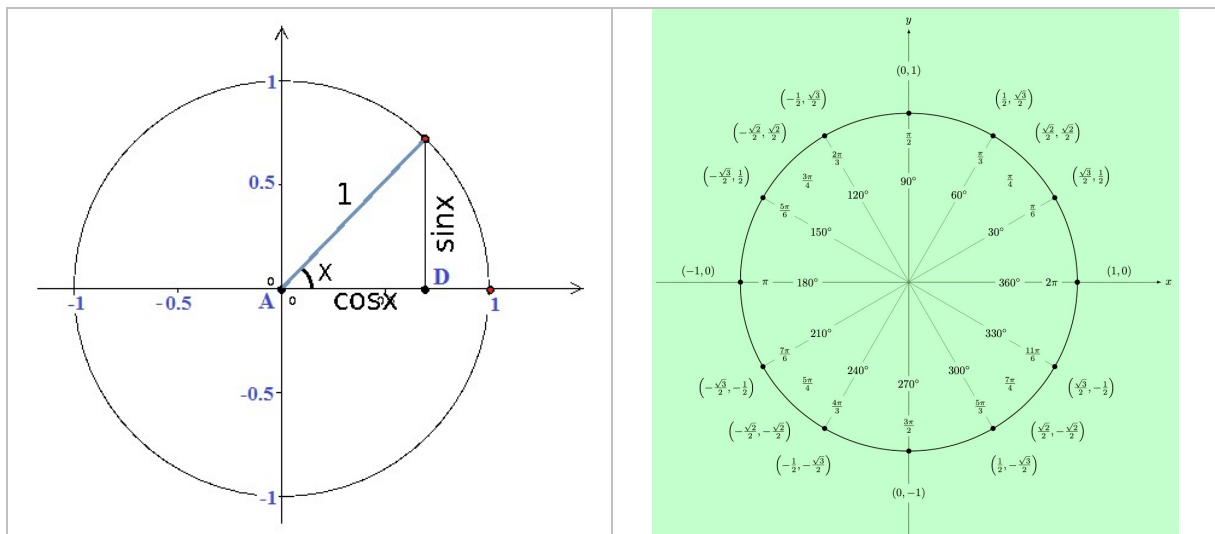


Рис. 1: Ілюстрація до концепції «одичного кола»

Хоча історичні витoki алгебри, арифметики та геометрії часто ховаються в темному тумані давньої історії, одне можна сказати більш-менш точно: тригонометрія «виникла» у думках астронома II століття, який відомий під іменем Нікейський Гіппарх⁵ (190-120 pp. до н. е.). Слово «тригонометрія» походить від двох грецьких термінів: *trigonon* (що означає трикутник) та *metron* (що означає міру).

⁵ <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%96%D0%BF%D0%BF%D0%B0%D1%80%D1%85>

▪ Числення (або: диференційні та інтегральні числення)

Такі числення (розроблені вони у XVII столітті) – це результат титанічної роботи двох геніїв – Готфріда Ляйбніца та Айзека Ньютона. Ця теорія та методика займається, перш за все, обчисленням або вимірюванням миттєвих темпів змін (їх також називають диференціальним численням) і підсумовуванням різних нескінченних малих факторів для визначення деякого цілого (більш відоме як інтегральне числення). Як відомо, диференційне та інтегральне числення стало надзвичайно важливим науковим інструментом у різних дисциплінах та практиках, воно має широке і різноманітне застосування в науці, техніці та економіці і може вирішити численні проблеми, для яких алгебра сама по собі недостатня.

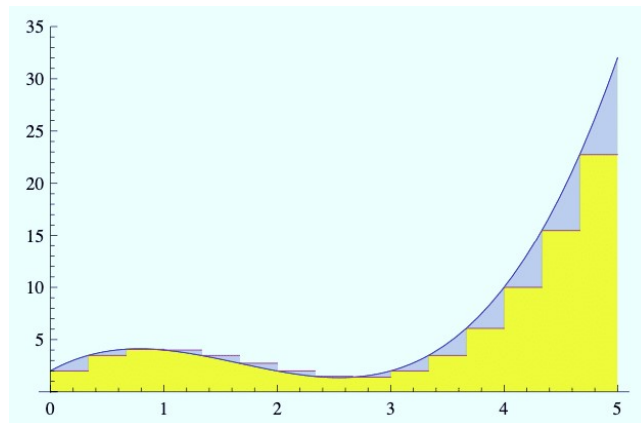


Рис. 2: Ілюстрація до концепції диференційного та інтегрального числення

Концепція диференційного та інтегрального числення часто служить трампліном до більш складних та вдосконалених розділів Математики, які зосереджені на поглибленому вивченні меж та функцій. Ці дослідження та відповідна теорія широко відомі як *математичний аналіз*.

▪ Математичний аналіз

Це частина Класичної Математики, в якій функції та їх узагальнення вивчаються методом границь. Поняття границі тісно пов'язане з поняттям нескінченно малої величини, тому можна сказати, що математичний аналіз вивчає функції та їх узагальнення методами нескінченно малих величин. Скрізь у Природі та техніці зустрічаються рухи та процеси (природні явища), що описуються функціями. Звідси об'єктивна важливість математичного аналізу як засобу вивчення природних явищ.

Математичний аналіз у широкому розумінні цього поняття включає дуже велику частину Математики. Складовими частинами математичного аналізу є диференціальне та інтегральне числення; теорія функцій реальної змінної; теорія функцій комплексної змінної; теорія наближень; теорія звичайних диференціальних рівнянь; теорія диференціальних рівнянь з частинними похідними; теорія інтегральних рівнянь; диференціальна геометрія; варіаційне числення; функціональний аналіз; гармонічний аналіз, та деякі інші математичні дисципліни. Сучасна теорія чисел і теорія ймовірностей використовують методи математичного аналізу і самі «беруть участь» у розробці методів математичного аналізу.

▪ Математична статистика

Математична статистика теж є прикладом застосування Класичної Математики. Вона використовує концепцію ймовірностей, теорію прийняття рішень та алгебру для прогнозування та

оптимізації результатів у реальному світі. Наприклад, математична статистика є щоденним інструментом для економістів, менеджерів та державних служб.

Рекомендації авторів щодо Історії Математики

→ Що ще прочитати, що ще подивитись:

| № | Автор, джерело, e-адреса | Анотація |
|---|--|---|
| 1 | We Do Math (The Rise of Mathematics): https://www.youtube.com/watch?v=FwnNDvkwtf8 | Це відео проводить глядача у подорож, де основна увага приділяється математиці. Звідси ми бачимо, як математика вносила глибокі зміни протягом історії. |
| 2 | Карта Математики https://www.youtube.com/watch?v=OmJ-4B-mS-Y | У цьому відео всі області математики об'єднані в одну карту: вона показує, як класична та прикладна математики ставляться один до одного, і що у них є спільного. |